

Olimpiada Națională de Matematică

Al doilea test de selecție pentru OBM – Juniori 24 mai 2003, Pitești

Subiectul 1

Fie a, b, c numere reale pozitive cu $abc = 1$. Să se arate că

$$1 + \frac{3}{a + b + c} \geq \frac{6}{ab + bc + ca}.$$

Subiectul 2

Două cercuri de raze diferite $\mathcal{C}_1(O_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2)$ se intersectează în punctele A și B . Tangenta în A la cercul \mathcal{C}_1 intersectează tangenta în B la cercul \mathcal{C}_2 în punctul M .

Să se arate că din punctul M cercurile se văd sub același unghi.

Subiectul 3

Pe o circumferință se scriu 5 numere reale de modul mai mic sau egal cu 1 și având suma 1.

Să se arate că dintre ele putem alege 3 numere consecutive a, b, c astfel încât $a + b, b + c$ și $a + b + c$ să fie simultan pozitive.

Subiectul 4

Fie un pătrat $ABCD$, E mijlocul lui DC și M un punct interior pătratului astfel încât

$$\angle MAB = \angle MBC = \angle BME = x.$$

Să se afle x .

Timp de lucru: 4 ore